

# Simulated Consumption

Jean-Luc GOFFIN

2 octobre 2026

# Première partie

## Notice

# Télécharger le fichier et commencer

Le fichier se trouve sur le site <https://jean-luc-goffin.be/scientific>. Il est disponible en deux formats : xls et odt.

Dans les deux cas, il s'agit d'un fichier à manipuler à l'aide du tableur de votre choix.

Tous les tableurs gratuits, payants ou en ligne conviennent, a priori...

Une fois le fichier téléchargé et ouvert dans un tableur, vous voyez à-peu-près ceci :

|    | A                                  | B            | C              | D           | E             | F                         | N | O | P | Q | R |
|----|------------------------------------|--------------|----------------|-------------|---------------|---------------------------|---|---|---|---|---|
| 1  | mass (kg)                          | 1260         |                | c1          | 19.8412698413 |                           |   |   |   |   |   |
| 2  | S.Cx                               | 0.79         |                | c2          | 0.0003761905  |                           |   |   |   |   |   |
| 3  | Power (W)                          | 25000        |                |             |               |                           |   |   |   |   |   |
| 4  |                                    |              |                |             |               |                           |   |   |   |   |   |
| 5  |                                    | Énergie (MJ) | Carburant (kg) | Essence (l) | Gazole (l)    | CO <sub>2</sub> émis (kg) |   |   |   |   |   |
| 6  | Consommation simulée (100 km)      | 87,20        | 5,07           | 6,76        | 5,96          | 16,02                     |   |   |   |   |   |
| 7  | Avec peu d'autoroute (100 km)      | 95,57        | 5,56           | 7,41        | 6,54          | 17,56                     |   |   |   |   |   |
| 8  | Avec beaucoup d'autoroute (100 km) | 91,92        | 5,34           | 7,13        | 6,29          | 16,89                     |   |   |   |   |   |
| 9  |                                    |              |                |             |               |                           |   |   |   |   |   |
| 10 |                                    | t (s)        | speed (m/s)    | d (m)       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 11 |                                    | 0            | 0              | 0,00        |               |                           |   |   |   |   |   |
| 12 |                                    | 0,5          | 6,50           | 2,70        |               |                           |   |   |   |   |   |
| 13 |                                    | 1            | 7,86           | 6,16        |               |                           |   |   |   |   |   |
| 14 |                                    | 1,5          | 8,93           | 10,23       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 15 |                                    | 2            | 9,87           | 14,81       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 16 |                                    | 2,5          | 10,71          | 19,85       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 17 |                                    | 3            | 11,48          | 25,30       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 18 |                                    | 3,5          | 12,20          | 31,13       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 19 |                                    | 4            | 12,86          | 37,31       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 20 |                                    | 4,5          | 13,48          | 43,82       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 21 |                                    | 5            | 14,06          | 50,63       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 22 |                                    | 5,5          | 14,62          | 57,74       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 23 |                                    | 6            | 15,14          | 65,11       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 24 |                                    | 6,5          | 15,64          | 72,74       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 25 |                                    | 7            | 16,12          | 80,62       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 26 |                                    | 7,5          | 16,58          | 88,74       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 27 |                                    | 8            | 17,01          | 97,08       |               |                           |   |   |   |   |   |
| 28 |                                    | 8,5          | 17,43          | 105,64      |               |                           |   |   |   |   |   |
| 29 |                                    | 9            | 17,84          | 114,41      |               |                           |   |   |   |   |   |
| 30 |                                    | 9,5          | 18,23          | 123,38      |               |                           |   |   |   |   |   |

Le fichier est composé de 6 feuilles : Feuille 1, Phase 1, Phase 2, ..., Phase 5.

Intéressons-nous à la feuille 1.

Dans la cellule B1, insérez la masse de votre véhicule. Cette masse est une donnée obligatoire fournie par le constructeur. Elle comprend un conducteur de 75 kg. Ajoutez-y la masse des autres passagers et des bagages si nécessaire.

Dans la cellule B2, insérez le  $S.C_x$  c'est-à-dire le produit de la surface frontale de votre véhicule par son  $C_x$ . Pas de panique ! Une valeur acceptable de cette surface est obtenue en multipliant la largeur par la hauteur, et le  $C_x$ , si le constructeur ne le fournit pas, se trouve sur un site spécialisé.

Les valeurs de c1 et c2 sont calculées automatiquement pour simplifier la suite.

Les résultats de consommations et d'émissions qui sont affichés sont issus d'un exemple-test.

L'énergie consommée est valable pour tous types de véhicules. Les amateurs de kWh, s'il en reste, diviseront les MJ par 3,6.

Les quantités de carburant concernent les véhicules à moteurs thermiques (essence ou diesel). Elles sont aussi intéressantes pour les véhicules full hybrides (sans recharge) ou thermiques car elles mesurent l'efficacité du système.

Et la cellule B3 ?

Lorsqu'un véhicule se déplace, il consomme souvent une certaine puissance.

En indiquant cette puissance et en fixant une vitesse initiale dans la cellule C14, vous voyez apparaître l'évolution de la vitesse au cours du temps et la distance parcourue. Ce sera utile pour la suite.

Notez aussi qu'il y a des colonnes masquées. Vous pouvez les démasquer.

Si vous supprimez malencontreusement une cellule utile, il suffit de télécharger à nouveau le fichier et de recommencer ces premières étapes.

# Phase 1

La phase 1 couvre une distance de 3500 m (3,5 km).

Le temps prévu est de 666 s dont 175 s d'arrêt, soit une vitesse moyenne de 5,25 m/s ou 18,9 km/h. La vitesse maximum est de 15,57 m/s ou 56,1 km/h.

Vous l'aurez compris : il s'agit d'une phase plutôt urbaine.

En l'adaptant à votre situation, veillez à conserver la distance totale (environ 3500 m) et les 17 étapes.

Les autres données seront peut-être légèrement modifiées ; veillez toutefois à conserver l'aspect relativement urbain de cette phase.

Passons en revue les 17 étapes.

- Le démarrage nécessite quelques explications, à commencer par “qu'est-ce que le démarrage ?”.

Je définis le démarrage comme la période de 5 secondes pendant laquelle l'accélération est de  $1\text{ m/s}^2$  en partant d'une vitesse initiale nulle :  $v_0 = 0$ .

En utilisant l'équation du mouvement donnée en deuxième partie, l'énergie nécessaire au démarrage est donnée par  $E = 18m + 135SC_x$ .

Le calcul est automatique, autrement dit vous n'avez rien à faire à cette ligne.

- La deuxième étape est une accélération d'une durée de 3,5 s pour atteindre une vitesse d'environ 14 à 15 m/s. Bien entendu, la vitesse initiale est de 5 m/s.

Quelle puissance est nécessaire ? A vous de la trouver à l'aide de la feuille 1. Commencez par une puissance de 30000 W dans la cellule B3 et ajustez par essai-erreur jusqu'à ce que le tableau de cette feuille donne le résultat souhaité. N'oubliez pas que C14=5.

Dans l'onglet “Phase 1”, recopiez la vitesse obtenue au bout des 4,5 s en C3, la distance en D3 et modifiez la formule de la énergie en E3 à l'aide de la puissance ajustée.

- Dans la troisième étape, une côte est franchie à vitesse constante. Le dénivelé est de 25 m. Votre seule intervention consiste à fixer la vitesse constante à la vitesse atteinte à la deuxième étape.

- Quatrième étape : décélération. L'accélérateur est relâché. La consommation résiduelle du véhicule (accessoires, chauffage, climatisation, ...) est estimée à 2000 W. La vitesse atteinte au bout des 55,5 s est obtenue avec la feuille 1 : la puissance est fixée à B3=0 et la vitesse initiale C11 est celle de l'étape précédente.

- La cinquième étape se déroule à vitesse constante. Cette vitesse est obtenue à la fin de la décélération (quatrième étape). Les calculs sont automatiques.

- La sixième étape est le freinage, jusqu'à l'arrêt. Une puissance forfaitaire de 3000 W a été utilisée, à multiplier par le temps pour obtenir l'énergie. Aucune intervention dans le fichier.

- La septième étape est l'arrêt. Une puissance forfaitaire de 2000 W a été utilisée, à multiplier par le temps pour obtenir l'énergie. Aucune intervention dans le fichier.

- La huitième étape est identique à la première (démarrage).

- La neuvième étape est une accélération d'une durée de 1 s pour atteindre une vitesse d'environ 9 m/s. Bien entendu, la vitesse initiale est de 5 m/s.

Quelle puissance est nécessaire ? A vous de la trouver à l'aide de la feuille 1. Commencez par une puissance de 30000 W dans la cellule B3 et ajustez par essai-erreur jusqu'à ce que le tableau de cette feuille donne le résultat souhaité. N'oubliez pas que C14=5.

Dans l'onglet "Phase 1", recopiez la vitesse obtenue au bout des 1,5 s en C10, la distance en D10 et modifiez la formule de la énergie en E10 à l'aide de la puissance ajustée.

- La dixième étape est franchie à vitesse constante, sans dénivelé. Votre seule intervention consiste à fixer la vitesse constante à la vitesse atteinte à la neuvième étape.
- La onzième étape est le freinage, jusqu'à l'arrêt. Une puissance forfaitaire de 2000 W a été utilisée, à multiplier par le temps pour obtenir l'énergie. Aucune intervention dans le fichier.
- La douzième étape est l'arrêt. Une puissance forfaitaire de 2000 W a été utilisée, à multiplier par le temps pour obtenir l'énergie. Aucune intervention dans le fichier.
- La treizième étape est identique à la première.
- La quatorzième étape est identique à la neuvième. Vérifiez-le.
- La quinzième étape est identique à la dixième (vitesse constante). Le seul ajustement auquel il faut penser est le temps, B16 pour conserver une distance totale d'environ 3500 m.
- La seizième étape est une décélération de 23 s (voir étape 4).
- La dix-septième étape se déroule à vitesse constante.

Les deux dernières étapes ont déjà été évoquées.

# Phase 2

Courage! Les manipulations à réaliser sur la phase 2 sont très semblables à celles de la phase 1.

Par contre, la distance totale est de 5000 m pour un temps de 455 s dont 51 s d'arrêt, ce qui donne une vitesse moyenne de 11 m/s ou 39,6 km/h. La vitesse maximale est de 20,92 m/s ou 75,3 km/h.

Il s'agit donc d'un parcours suburbain.

Comme pour toutes les phases, il faudra conserver les 5000 m (à 1% près) et ne pas trop modifier les 455 et les vitesses.

- La première étape, le démarrage n'a plus de secret pour vous.
- La deuxième étape est une accélération d'une durée de 10,5 s pour atteindre une vitesse d'environ 21 m/s. Bien entendu, la vitesse initiale est de 5 m/s.

Quelle puissance est nécessaire? A vous de la trouver à l'aide de la feuille 1. Commencez par une puissance de 30000 W dans la cellule B3 et ajustez par essai-erreur jusqu'à ce que le tableau de cette feuille donne le résultat souhaité. N'oubliez pas que C14=5.

Dans l'onglet "Phase 2", recopiez la vitesse obtenue au bout des 4,5 s en C3, la distance en D3 et modifiez la formule de la énergie en E3 à l'aide de la puissance ajustée.

- Dans la troisième étape, une côte est franchie à vitesse constante. Le dénivelé est de 25 m. Votre seule intervention consiste à fixer la vitesse constante à la vitesse atteinte à la deuxième étape.
- Quatrième étape : décélération. L'accélérateur est relâché. La consommation résiduelle du véhicule (accessoires, chauffage, climatisation, ...) est estimée à 2000 W. La vitesse et la distance atteintes au bout des 58 s est obtenue avec la feuille 1 : la puissance est fixée à B3=0 et la vitesse initiale C11 est celle de l'étape précédente.
- La cinquième étape se déroule à vitesse constante. Cette vitesse est obtenue à la fin de la décélération (quatrième étape). Les calculs sont automatiques.
- La sixième étape est le freinage, jusqu'à l'arrêt. Une puissance forfaitaire de 2000 W a été utilisée, à multiplier par le temps pour obtenir l'énergie. Aucune intervention dans le fichier.
- La septième étape est l'arrêt. Une puissance forfaitaire de 2000 W a été utilisée, à multiplier par le temps pour obtenir l'énergie. Aucune intervention dans le fichier.
- La huitième étape est identique à la première (démarrage).
- La neuvième étape est une accélération d'une durée de 10,5 s pour atteindre une vitesse d'environ 21 m/s. Bien entendu, la vitesse initiale est de 5 m/s.

Quelle puissance est nécessaire? A vous de la trouver à l'aide de la feuille 1. Commencez par une puissance de 30000 W dans la cellule B3 et ajustez par essai-erreur jusqu'à ce que le tableau de cette feuille donne le résultat souhaité. N'oubliez pas que C14=5.

Dans l'onglet "Phase 2", recopiez la vitesse obtenue au bout des 1,5 s en C10, la distance en D10 et modifiez la formule de la énergie en E10 à l'aide de la puissance ajustée.

- La dixième étape est franchie à vitesse constante, sans dénivelé. Votre seule intervention consiste à fixer la vitesse constante à la vitesse atteinte à la neuvième étape.
- Onzième étape : décélération. L'accélérateur est relâché. La consommation résiduelle du véhicule (accessoires, chauffage, climatisation, ...) est estimée à 2000 W. La vitesse et la distance atteintes au bout des 58 s est obtenue avec la feuille 1 : la puissance est fixée à B3=0 et la vitesse initiale C11 est celle de l'étape précédente.

Les deux dernières étapes ont déjà été évoquées.

# Phase 3

La distance totale est de 7500 m pour un temps de 477 s, ce qui donne une vitesse moyenne de 15,72 m/s ou 56,6 km/h. La vitesse maximale est de 26,93 m/s ou 97 km/h.

Il s'agit donc d'un parcours suburbain rapide.

- Première étape : démarrage
- Deuxième étape : accélération de 5 m/s à 27 m/s environ, en 22 s

La puissance nécessaire se trouve à l'aide de la feuille 1. Commencez par une puissance de 30000 W dans la cellule B3 et ajustez par essai-erreur jusqu'à ce que le tableau de cette feuille donne le résultat souhaité. N'oubliez pas que C14=5.

Dans l'onglet "Phase 3", recopiez la vitesse obtenue au bout des 22 s en C3, la distance en D3 et modifiez la formule de la énergie en E3 à l'aide de la puissance ajustée (en kW).

- Troisième étape : vitesse constante avec côte. Le dénivelé est de 25 m. Votre seule intervention consiste à fixer la vitesse constante à la vitesse atteinte à la deuxième étape.
- Quatrième étape : décélération pendant 53s. L'accélérateur est relâché. La consommation résiduelle du véhicule est estimée à 3000 W. La vitesse et la distance atteintes au bout des 55 s est obtenue avec la feuille 1 : la puissance est fixée à B3=0 et la vitesse initiale C11 est celle de l'étape précédente.
- Cinquième étape : vitesse constante. Cette vitesse est obtenue à la fin de la décélération (quatrième étape). Les calculs sont automatiques.

Les deux dernières étapes ont déjà été évoquées.

# Phase 4

La distance totale est de 9000 m pour un temps de 352 s, ce qui donne une vitesse moyenne de 25,57 m/s ou 92 km/h. La vitesse maximale est de 33,52 m/s ou 120,7 km/h.

Il s'agit donc d'un parcours autoroutier.

- Première étape : démarrage
- Deuxième étape : accélération de 5 m/s à 36 m/s environ, en 45 s

La puissance nécessaire se trouve à l'aide de la feuille 1. Commencez par une puissance de 30000 W dans la cellule B3 et ajustez par essai-erreur jusqu'à ce que le tableau de cette feuille donne le résultat souhaité. N'oubliez pas que C14=5.

Dans l'onglet "Phase 4", recopiez la vitesse obtenue au bout des 37 s en C3, la distance en D3 et modifiez la formule de la énergie en E3 à l'aide de la puissance ajustée (en kW).

- Troisième étape : vitesse constante avec côte. Le dénivelé est de 25 m. Votre seule intervention consiste à fixer la vitesse constante à la vitesse atteinte à la deuxième étape.
- Quatrième étape : décélération pendant 55s. L'accélérateur est relâché. La consommation résiduelle du véhicule est estimée à 2000 W. La vitesse et la distance atteintes au bout des 30 s est obtenue avec la feuille 1 : la puissance est fixée à B3=0 et la vitesse initiale C11 est celle de l'étape précédente.
- Cinquième étape : vitesse constante. Cette vitesse est obtenue à la fin de la décélération (quatrième étape). Les calculs sont automatiques.

Il n'y a rien à modifier aux deux dernières étapes.

# Interprétation des résultats

La consommation d'énergie est donnée en MJ (mégajoules) qui est l'unité internationale adoptée en 1960. Jusqu'à la fin du 20<sup>ème</sup> siècle on utilisait des kWh.  $1 kWh = 3,6 MJ$  tout simplement parce que le J utilise la seconde au lieu de l'heure.

Exemple un véhicule consomme en moyenne de 140 MJ ; au 20<sup>ème</sup> siècle on aurait dit 38,9 kWh.

Pour les véhicules à moteurs thermiques (essence ou diesel), l'interprétation est simple : il suffit de comparer votre consommation aux résultats. Une consommation plus élevée indique un style de conduite peu efficace ou un moteur mal réglé.

Exemple : un Ford grand C-max essence a une consommation moyenne de 7,8 l (8,4 l avec peu d'autoroute et 7,6 l avec beaucoup d'autoroute). Pour arriver à de telles valeurs il faut être un très bon conducteur et ne pas charger le véhicule, supposé parfaitement entretenu.

Pour les véhicules full hybrides (moteur thermique, moteur électrique, pas de recharge électrique), l'interprétation est aussi simple : il suffit de comparer votre consommation aux résultats.

Exemple 1 : une Toyota Yaris Cross a une consommation moyenne de 6,6 l (7,2 l avec peu d'autoroute et 6,3 l avec beaucoup d'autoroute). Si votre consommation moyenne est de 4,5 l, cela signifie que le système hybride a réduit la consommation de 32%. Bien entendu, le style de conduite et la masse du véhicule (variable sur une longue période) entrent en jeu. Avec peu d'autoroute, si votre consommation moyenne est de 4 l, cela signifie que le système hybride a réduit la consommation de 44% et avec beaucoup d'autoroute, si votre consommation moyenne est de 6 l, cela signifie que le système hybride a réduit la consommation de 5%.

Pour les véhicules électriques c'est tout aussi simple.

Exemple 2 : une Dacia Sandero TCE110 consomme en moyenne 6,4 l d'essence pour 100 km. Cette moyenne passe à 8,1 l avec beaucoup d'autoroute. Ne vous étonnez pas que cette consommation soit plus élevée. C'est logique, puisque la vitesse est plus élevée. Pourquoi la moyenne de consommation peut-elle être réduite sur autoroute lors de l'utilisation d'un moteur à combustible liquide ? Tout simplement par l'utilisation d'une boîte de vitesses. Le rendement d'un moteur thermique est idéal au couple maximum. Si ce couple maximum est atteint à 120 km/h, le rendement sera idéal, sans oublier que le moteur est sans doute chaud, et qu'il y aura peu d'accélération.

Exemple 3 : une Ford Explorer e consomme en moyenne 101,53 MJ pour 100 km et 116,45 MJ avec beaucoup d'autoroute. Si votre consommation est de 63,4 MJ cela signifie que 37,5% de l'énergie a été récupérée. Cette récupération est légèrement supérieure à celle d'un véhicule hybride. C'est compréhensible, car cette récupération se fait directement à l'aide du (seul) moteur.

Exemple 4 : BMW xDrive20i consomme 76,5 MJ/100 km soit 6,37 l d'essence ; cette consommation monte à 7,5 l avec beaucoup d'autoroute. Si vous consommez moins, même interprétation que la Toyota Yaris Cross.

Exemple 5 : Citroën C3 Hybride 110ch consomme 66,31 MJ/100 km soit 5,53 l d'essence. Cette consommation monte à 6,7 l avec beaucoup d'autoroute. A comparer avec votre consommation réelle pour mesurer l'efficacité de l'hybridation.

Deuxième partie

Physique des mouvements

# L'équation de base

L'équation utilisée ici est la deuxième loi de Newton

$$m \vec{a} = \sum \vec{F},$$

dans laquelle  $m$  est la masse du véhicule,  $\vec{a}$  son accélération et  $\sum \vec{F}$  la somme des forces qui agissent sur le véhicule.

Chacune de ces forces est une notion abstraite, exprimée en newtons,  $N$ . Personne n'a jamais acheté, vendu ou transformé un  $N$ .

Une fois toutes ces forces décrites, il faudra résoudre l'équation, ce qui n'est généralement pas possible d'une manière exacte, c'est-à-dire symbolique. On utilisera donc une méthode numérique, basée sur les 4 opérations  $+$ ,  $-$ ,  $\times$  et  $/$  : la méthode de Runge-Kutta.

Dans cette méthode, l'accélération est calculée comme suit : On imagine connaître la vitesse à plusieurs instants, par exemple à chaque seconde. Pour une vitesse de  $2\text{ m/s}$  à l'instant  $t$  et de  $3,5\text{ m/s}$  une seconde plus tard, l'accélération est donnée par  $\frac{dv}{dt}$  où  $dv$  est la différence de vitesse et  $dt$  la différence de temps, dans notre cas une seconde. Cela donne pour l'exemple

$$\text{l'accélération } a = \frac{1,5}{1} = 1,5\text{ m/s}^2.$$

Même si dans notre exemple  $a = \frac{dv}{dt} = \frac{dv}{1} = dv$ , je continuerai à écrire  $a = \frac{dv}{dt}$ , afin qu'un lecteur voulant imaginer connaître la vitesse à d'autres instants, par exemple à chaque dixième de seconde, puisse modifier les calculs en conséquence. Dans les exemples pratiques, j'utilise  $dt = 0,5$ .

Remarquez aussi que les vecteurs ont disparu !  $\vec{a}$  est devenu  $a$ , ce qui est une grosse hypothèse. En effet, cela suppose que la vitesse et donc le déplacement sont rectilignes, ce qui donnera une consommation inférieure à la réalité, comme expliqué en annexe. Cette hypothèse sera encore renforcée pour la force motrice, mais n'anticipons pas.

Passons au deuxième membre de l'équation  $ma = \sum F$ .

# Les forces en présence

Ces forces sont des données abstraites. Ainsi, la force du moteur, autrement dit la force motrice,  $F_m$  n'est pas connue en tant que telle. Il n'y a pas de compteur gradué en newtons sur un véhicule. Le seul appareil de ce type que j'ai vu utilisait la gravité, le grand succès historique de l'équation de Newton. J'y reviendrai après avoir décrit les deux autres forces en présence, le frottement aérodynamique, souvent appelé traînée, et la force de contact avec le sol : le véhicule roule sur le bitume à l'aide de ses pneus.

La traînée aérodynamique est généralement modélisée par

$F_a = -\frac{1}{2}\rho SC_x v^2$  dans laquelle  $\rho$  est la densité de l'air (masse volumique),  $S$  la surface frontale du véhicule,  $C_x$  un coefficient dépendant de la forme du véhicule, et  $v$  sa vitesse.

Il est généralement admis que la traînée est proportionnelle au carré de la vitesse  $v^2$ , par exemple pour les avions.

J'utiliserai  $\rho = 1,2$  ce qui est une hypothèse optimiste, comme indiqué en annexe et

$SC_x = 1$  ce qui est le cas pour certaines voitures, à modifier au cas par cas.

J'obtiens  $F_a = -0,6v^2$ .

La force due au roulement sur la route est généralement considérée comme une fraction de la force de gravité  $m\vec{g}$ . Cette fraction est de 2/100, pour un mouvement horizontal sur du bitume, du béton ou des pavés. Elle est sans doute supérieure à 2% dans ce dernier cas, sans compter la qualité variable et le type des pneus. A noter que dans le cas du rail, cette fraction est de 1/1000.

J'obtiens  $F_r = -0,02mg = -0,2m$ . Tout comme pour la traînée aérodynamique, cette force s'oppose à la force motrice, d'où le signe  $-$ . Une nouvelle hypothèse vient de s'ajouter au mouvement rectiligne : le mouvement horizontal.

L'équation devient donc

$$ma = F_m - 0,6v^2 - 0,2m \text{ ou}$$

$$m \frac{dv}{dt} = F_m - 0,6v^2 - 0,2m$$

Et la force motrice ? Il est possible de connaître la puissance fournie par le moteur en fonction de son régime. Il serait sans doute utile de remplacer les compte-tours par des wattmètres. Il existe une relation simple entre la force et la puissance :

$P = \vec{F} \bullet \vec{v}$  dans laquelle l'opération est le produit scalaire. Vu notre hypothèse d'autoroute hollandaise (mouvement rectiligne horizontal), ce produit scalaire se résume au produit ordinaire  $P = Fv$  ce qui donne

$$F_m = \frac{P}{v}.$$

Finalement,

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P}{v} - 0,6v^2 - 0,2m \text{ ou encore}$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P}{mv} - 0,6 \frac{v^2}{m} - 0,2.$$

C'est l'équation du mouvement.

Pour une résistance aérodynamique  $SC_x$  cette équation se généralise à l'aide de  $F_a = -0,6SC_x v^2$  en

$$m \frac{dv}{dt} = \frac{P}{v} - 0,6SC_x v^2 - 0,2m \text{ ou encore}$$

$$\boxed{\frac{dv}{dt} = \frac{P}{mv} - 0,6SC_x \frac{v^2}{m} - 0,2}$$

# La résolution de l'équation

## Conditions standards

Pour résoudre cette équation, je choisis  $m = 1200$  ce qui correspond à une automobile ordinaire. Cela peut être changé en deuxième lecture, sans oublier de modifier  $SC_x$ .

Dans le premier cas de figure, donnant lieu à la première résolution, j'imagine que le moteur délivre  $30 kW = 30000 W$  et que la vitesse initiale est de  $5 m/s$ .

L'équation est donc

$$\frac{dv}{dt} = \frac{25}{v} - 0,0005v^2 - 0,2, \text{ avec } v_0 = 5.$$

La résolution par la méthode de Runge-Kutta, avec  $dt=0,5$  et un mouvement uniformément accéléré dans les intervalles, donne<sup>1</sup> :

| temps | vitesse | espace parcouru |
|-------|---------|-----------------|
| 0     | 5       | 0               |
| 1     | 8,48    | 6,67            |
| 2     | 10,82   | 16,07           |
| 3     | 12,68   | 27,62           |
| 4     | 14,24   | 40,89           |
| 5     | 15,61   | 55,65           |
| 6     | 16,82   | 71,72           |
| 7     | 17,91   | 88,96           |
| 8     | 18,89   | 107,24          |
| 9     | 19,8    | 126,48          |
| 10    | 20,63   | 146,59          |
| 12    | 22,11   | 189,19          |
| 15    | 23,97   | 258,17          |
| 20    | 26,34   | 383,94          |
| 25    | 28,07   | 519,95          |
| 30    | 29,35   | 663,5           |
| 35    | 30,31   | 812,66          |
| 40    | 31,03   | 966,01          |
| 45    | 31,57   | 1122,51         |
| 50    | 31,98   | 1281,38         |
| 55    | 32,29   | 1442,03         |
| 60    | 32,52   | 1604,04         |

Un fichier pour tableur est disponible sur <https://jean-luc-goffin.be/scientific>

Au bout de 60 secondes, la vitesse atteinte est donc de  $32,52 \text{ m/s} = 117,07 \text{ km/h}$  et la distance parcourue est de  $1,604 \text{ km}$ .

Pour trouver la consommation, il suffit de calculer l'énergie :  $30000 \times 60 = 1800 \text{ kJ}$  en notant au passage que l'énergie, ça se vend, ça s'achète et ça se transforme. Il suffit d'observer une facture d'électricité pour s'en rendre compte. Ces  $1800 \text{ kJ}$  nécessitent  $112 \text{ g} = 0,112 \text{ kg}$  de carburant.

Cela n'a pas beaucoup de sens de rapporter cela sur 100 km car il n'est pas pensable de redescendre de  $32,52 \text{ m/s}$  à  $5 \text{ m/s}$  d'un coup de baguette magique et encore moins de faire 62 fois de suite cette expérience, toutefois cela représente  $6,98 \text{ kg}$  de carburant.

Au bout de 12 secondes, la vitesse atteinte est de  $22,11 \text{ m/s} = 79,6 \text{ km/h}$  et la distance parcourue est de  $189,19 \text{ m}$ .

Pour trouver la consommation, il suffit de calculer l'énergie :  $30000 \times 12 = 360 \text{ kJ}$ . Ces  $360 \text{ kJ}$  nécessitent  $22,5 \text{ g} = 0,0225 \text{ kg}$  de carburant.

Au bout de 3 secondes, la vitesse atteinte est de  $12,68 \text{ m/s} = 45,6 \text{ km/h}$  et la distance parcourue est de  $27,62 \text{ m}$ .

Consommation :  $30000 \times 3 = 90 \text{ kJ}$ .

## Démarrage

Dans le deuxième cas de figure, il sera question du démarrage. De nombreux facteurs interviennent, technologiques et humains : boîte manuelle ou automatique, train épicycloïdal avec ou sans embrayage, nervosité du conducteur, ...

Pour standardiser tout cela, je définis le démarrage comme la période de 5 secondes pendant laquelle l'accélération est de  $1 \text{ m/s}^2$  en partant de  $v_0 = 0$ .

Partons de l'équation du mouvement :  $\frac{dv}{dt} = \frac{P}{mv} - 0,6SC_x \frac{v^2}{m} - 0,2$ . dans laquelle  $\frac{dv}{dt} = 1$  et  $v = t$ .

---

1.  $e_{n+1} = e_n + v_n dt + (v_{n+1} - v_n) \frac{dt^2}{2}$

$$1 = \frac{P}{mv} - 0,6SC_x \frac{v^2}{m} - 0,2$$

$$P = 1,2mv + 0,6SC_x v^3 \text{ sans oublier } v = t.$$

$$E = \int_0^5 1,2mt + 0,6SC_x t^3 dt = 1,2m \frac{25}{2} + 0,6SC_x \frac{625}{4}.$$

$$E = 15m + 93,75SC_x$$

Je reprends le véhicule de 1200 kg avec  $SC_x = 1$ .

L'énergie totale demandée au démarrage est donnée par

$$E = 15.1200 + 93,75.1 = 18093,75 J.$$

La distance parcourue est de  $e = \frac{1.5^2}{2} = 12,5 m$ .

La vitesse atteinte est de  $5 m/s = 18 km/h$ , vitesse à laquelle l'utilisateur d'une boîte de vitesses manuelle passe la deuxième.

## Décélération

Dans le troisième cas de figure, il sera question de lâcher l'accélérateur.

$$m \frac{dv}{dt} = F_m - 0,6v^2 - 0,2m \text{ où } F_m = 0.$$

Le plus souvent, l'énergie consommée par le moteur n'est pas nulle ! En effet, le moteur continue à tourner au ralenti, sans oublier le chauffage, la conditionnement d'air, les appareils connectés, ...

La puissance peut être estimée à 2000W soit  $2 kJ/s$ , ou  $0,125 g/s$ . Les véhicules full hybrides peuvent compenser cela à condition que la batterie externe au moteur thermique soit suffisamment chargée et que ce moteur thermique soit chaud.

La mise en marche du moteur consomme de l'énergie électrique (démarreur) : 4800W pendant 2s soit 9600J. Cela représente 0,6 g de carburant, à condition que tout le carburant soit consommé pendant que le démarreur tourne, ce qui est faux, surtout si le moteur est froid. Cette mise en marche du moteur devrait consommer entre 1g et 2g de carburant.

Lorsque la puissance motrice nécessaire sera inférieure à 2000W, je la porterai à 2000W soit une consommation minimale de  $2 kJ/s$ .

A cette sérieuse réserve près, j'obtiens  $m \frac{dv}{dt} = -0,6v^2 - 0,2m$  ou encore

$$\frac{dv}{dt} = -0,6 \frac{v^2}{m} - 0,2 \text{ c'est-à-dire pour notre véhicule de 1200 kg,}$$

$$\frac{dv}{dt} = -0,0005v^2 - 0,2.$$

Je vais prendre comme vitesse initiale chacune des vitesses envisagées au premier cas de figure :  $32,52 m/s = 116,6 km/h$ ,  $22,11 m/s = 79,6 km/h$  et  $12,68 m/s = 45,6 km/h$ .

méthode de Runge-Kutta  
 $v_0 = 32,52 \text{ m/s}$  :

| t  | v     | e parcouru |
|----|-------|------------|
| 0  | 32,52 | 0          |
| 1  | 31,8  | 32,2       |
| 2  | 31,11 | 63,75      |
| 3  | 30,43 | 94,6       |
| 4  | 29,78 | 124,79     |
| 5  | 29,15 | 154,33     |
| 6  | 28,53 | 183,25     |
| 7  | 27,93 | 211,55     |
| 8  | 27,35 | 239,27     |
| 9  | 26,78 | 266,4      |
| 10 | 26,23 | 292,98     |
| 11 | 25,7  | 319,01     |
| 12 | 25,17 | 344,51     |
| 13 | 24,66 | 369,49     |
| 14 | 24,16 | 393,97     |
| 15 | 23,68 | 417,95     |
| 16 | 23,2  | 441,45     |
| 17 | 22,74 | 464,48     |
| 18 | 22,29 | 487,05     |
| 19 | 21,84 | 509,17     |
| 20 | 21,41 | 530,85     |
| 25 | 19,37 | 632,97     |
| 30 | 17,52 | 725,35     |
| 35 | 15,83 | 808,88     |
| 40 | 14,26 | 884,24     |
| 45 | 12,8  | 952,04     |

méthode de Runge-Kutta  
 $v_0 = 22,11 \text{ m/s}$  :

| t  | v     | e parcouru |
|----|-------|------------|
| 0  | 22,11 | 0          |
| 1  | 21,67 | 21,92      |
| 2  | 21,24 | 43,43      |
| 3  | 20,82 | 64,51      |
| 4  | 20,41 | 85,17      |
| 5  | 20    | 105,43     |
| 6  | 19,61 | 125,28     |
| 7  | 19,22 | 144,74     |
| 8  | 18,84 | 163,81     |
| 9  | 18,46 | 182,51     |
| 10 | 18,10 | 200,84     |
| 11 | 17,74 | 218,8      |
| 12 | 17,38 | 236,4      |
| 13 | 17,03 | 253,65     |
| 14 | 16,69 | 270,55     |
| 15 | 16,35 | 287,12     |
| 16 | 16,02 | 303,35     |
| 17 | 15,70 | 319,25     |
| 18 | 15,38 | 334,83     |
| 19 | 15,06 | 350,09     |
| 20 | 14,75 | 365,03     |
| 25 | 13,26 | 435,2      |
| 30 | 11,87 | 498,15     |
| 35 | 10,55 | 554,33     |
| 40 | 9,30  | 604,1      |
| 45 | 8,12  | 647,78     |

méthode de Runge-Kutta  
 $v_0 = 12,68 \text{ m/s}$  :

| t  | v     | e parcouru |
|----|-------|------------|
| 0  | 12,68 | 0          |
| 1  | 12,40 | 12,56      |
| 2  | 12,13 | 24,86      |
| 3  | 11,85 | 36,88      |
| 4  | 11,59 | 48,63      |
| 5  | 11,32 | 60,12      |
| 6  | 11,06 | 71,34      |
| 7  | 10,80 | 82,3       |
| 8  | 10,54 | 93         |
| 9  | 10,29 | 103,45     |
| 10 | 10,03 | 113,64     |
| 11 | 9,79  | 123,58     |
| 12 | 9,54  | 133,27     |
| 13 | 9,29  | 142,72     |
| 14 | 9,05  | 151,92     |
| 15 | 8,81  | 160,89     |
| 16 | 8,58  | 169,61     |
| 17 | 8,34  | 178,1      |
| 18 | 8,11  | 186,35     |
| 19 | 7,87  | 194,37     |
| 20 | 7,64  | 202,15     |
| 25 | 6,52  | 237,68     |
| 30 | 5,43  | 267,67     |
| 35 | 4,37  | 292,29     |
| 40 | 3,33  | 311,66     |
| 45 | 2,31  | 325,88     |

Quelques remarques : Il y a fort à parier qu'avant la fin des 45 secondes le conducteur aura freiné, accéléré ou maintenu une vitesse constante par une pression adéquate sur l'accélérateur. Sur un véhicule full hybride, la décélération sera sans doute plus importante afin de recharger les batteries. Si les conditions le permettent, le moteur thermique sera coupé. Idem pour un véhicule électrique.

## Vitesse constante

Quatrième cas de figure : la consommation à vitesse constante.

Lorsque la vitesse est constante,  $\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} = \frac{P}{mv} - 0,6SC_x \frac{v^2}{m} - 0,2 \\ v = v_0 \end{array} \right.$  ce qui donne pour notre véhicule de

1200 kg avec  $SC_x = 1$ ,

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dv}{dt} = \frac{P}{1200v} - 0,0005v^2 - 0,2 \\ v = v_0 \end{array} \right.$$

$$0 = \frac{P}{1200v_0} - 0,0005v_0^2 - 0,2$$

d'où  $P = 0,6v_0^3 + 240v_0$ .

Généralisation :  $0 = \frac{P}{mv_0} - 0,6SC_x \frac{v_0^2}{m} - 0,2$  d'où

$$\boxed{P = 0,6SC_x v_0^3 + 0,2mv_0}$$

La consommation des accessoires (chauffage, climatisation, ...) peut dépasser 1000 W. Je vais l'englober dans la puissance minimale de 2000W évoquée plus haut.

Toutefois les hypothèses simplificatrices vont être mises à mal par des paramètres plus importants.

Par exemple, si le véhicule monte une côte de 10% à 20 m/s pendant 50 s, soit 1 kilomètre, l'énergie supplémentaire à fournir est de  $mgh = 1,194 MJ$ . La consommation totale est près de 4 fois la consommation sur le plat.

Le vent de face ou de dos influence aussi la consommation. Le style de conduite aussi.

# Des programmes de 25 km

## Norme wltp

Lorsqu'un constructeur mesure la consommation d'un véhicule, il utilise la norme wltp. Celle-ci fixe un certains nombre de paramètres à respecter et pas les autres. Ces autres paramètres sont fixés par le constructeur de façon à obtenir une consommation minimale. De même, La force due au roulement sur la route est réduite à 1% de la force de gravité  $m\vec{g}$ . Voilà pourquoi il est rare d'obtenir une consommation inférieure à la norme wltp.

La distance totale parcourue dans ce test est de 23,262 km. Il y a une condition de température mais à ma connaissance aucune condition de pression, humidité ou relief. Le nombre d'arrêts et de redémarrages n'est pas fixé : il y a 4 phases présentant chacune (au moins) un arrêt. Quatre démarrages suffisent donc. Le moteur est supposé chaud.

Voici les 4 phases que je vais utiliser (la norme wltp figure entre parenthèses).

Une première phase de  $3500 \pm 1\% m$  d'une durée de 666 s dont 175 s d'arrêt à une vitesse moyenne de 5,25 m/s et une vitesse maximale de 15,6 m/s (15,7).

Une deuxième phase de  $5000 \pm 1\% m$  d'une durée de 455 s dont 51 s d'arrêt à une vitesse moyenne de 11 m/s et une vitesse maximale de 21,02 m/s (21,3).

Une troisième phase de  $7500 \pm 1\% m$  (7158) d'une durée de 477 s dont 32 s d'arrêt à une vitesse moyenne de 15,72 m/s et une vitesse maximale de 27,1 m/s.

Une quatrième phase de  $9000 \pm 1\% m$  (8254) d'une durée de 352 s dont 8 s d'arrêt à une vitesse moyenne de 25,6 m/s et une vitesse maximale de 36,5 m/s.

La puissance sera déterminée en fonction des objectifs.

Dans les exemples suivants  $m = 1200$  et  $SC_x = 1$ .

## Première phase

| Dénomination      | t   | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation (g) |
|-------------------|-----|------------------|----------|-------------------------|------------------|
| Démarrage         | 5   | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération      | 5   | 15,61            | 55,65    | 150                     | 9,38             |
| Vitesse constante | 154 | 15,61            | 2403,94  | 928,4                   | 58,03            |
| Décélération      | 56  | 2,06             | 466,85   | 112                     | 7                |
| Vitesse constante | 270 | 2,06             | 556,2    | 540                     | 33,75            |
| Freinage          | 3   | 0                | 4,86     | 12                      | 0,75             |
| Arrêt             | 173 |                  | 0        | 346                     | 21,63            |
| Total             | 666 |                  | 3500     | 2106,5                  | 131,65           |

## Deuxième phase

| Dénomination      | t     | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation (g) |
|-------------------|-------|------------------|----------|-------------------------|------------------|
| Démarrage         | 5     | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération      | 10,5  | 21,02            | 156,96   | 315                     | 19,69            |
| Vitesse constante | 160   | 21,02            | 3363,2   | 1698,8                  | 106,2            |
| Décélération      | 58,5  | 4,58             | 694,98   | 117                     | 7,31             |
| Vitesse constante | 168,5 | 4,58             | 771,73   | 337                     | 21,06            |
| Freinage          | 1,5   | 0                | 1,63     | 3                       | 0,19             |
| Arrêt             | 51    |                  | 0        | 102                     | 6,4              |
| Total             | 455   |                  | 5001     | 2590,9                  | 161,98           |

## Troisième phase

| Dénomination      | t     | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation (g) |
|-------------------|-------|------------------|----------|-------------------------|------------------|
| Démarrage         | 5     | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération      | 22    | 27,09            | 437,29   | 660                     | 41,25            |
| Vitesse constante | 165   | 27,09            | 4469,85  | 3040,9                  | 190,06           |
| Décélération      | 53    | 8,57             | 875,64   | 106                     | 6,63             |
| Vitesse constante | 198,5 | 8,57             | 1701,15  | 483,2                   | 30,2             |
| Freinage          | 1,5   | 0                | 3,57     | 3                       | 0,19             |
| Arrêt             | 32    |                  | 0        | 64                      | 4                |
| Total             | 477   |                  | 7500     | 4375,2                  | 273,45           |

## Quatrième phase

| Dénomination      | t   | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation (g) |
|-------------------|-----|------------------|----------|-------------------------|------------------|
| Démarrage         | 5   | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération      | 45  | 36,52            | 1310,71  | 1890 (*)                | 118,13           |
| Vitesse constante | 152 | 36,52            | 5551,04  | 5774,34                 | 360,9            |
| Décélération      | 55  | 11,44            | 1186,38  | 110                     | 6,88             |
| Vitesse constante | 76  | 11,44            | 869,44   | 276,94                  | 17,31            |
| Freinage          | 11  | 0                | 69,93    | 22                      | 1,38             |
| Arrêt             | 8   |                  | 0        | 16                      | 1                |
| Total             | 352 |                  | 9000     | 8107,38                 | 506,71           |

(\*) Nécessite plus de 30 kW. Je choisis 42 kW (pour 1200 kg).

Ces quatre phases couvrant un total de 25 km donnent donc lieu à une consommation totale de 17126 kJ ou 1070,36 g d'essence ou gazole.

Pour 100 km, cela donne 68493 kJ ou 68,5 MJ.

Pour les carburants liquides, cela donne 4280,77 g/100km. En litres, 5,04 l/100km de gazole (mazout) ou 5,71 l/100km d'essence.

## Un parcours plus réaliste

La norme wltp ne tient pas compte de tous les paramètres. Il est donc utile d'en ajouter quelques-uns. Les frottements de roulements ont déjà été évalués à 2% de la gravité soit 0,02mg. Il est à noter que la plupart des auteurs estiment la force de roulement sur la route à 1% de la force de gravité. En la portant à 2%, je veux tenir compte des virages et des autres roulements internes : un véhicule n'est pas un point matériel. Sans oublier les pneus d'hiver.

Un paramètre important à ajouter est la présence de relief, pour toutes les phases. Ce relief sera parcouru à vitesse constante. Il s'agira d'une côte présentant un dénivelé de 25 m, demandant une énergie  $mgh = 12000 \times 25 = 300 \text{ kJ}$ .

En première phase, il faut aussi ajouter des démarrages, ce qui revient à fractionner les 175 secondes d'arrêt. Ces démarrages devront être précédés d'un freinage. L'arrêt devra être suivi d'un démarrage et d'une accélération.

De la même manière, je prévoirai un deuxième démarrage en deuxième phase. Il n'y en aura pas en troisième et quatrième phase.

**Première phase**

Distance : 3500m Vitesse moyenne :  $5,26\text{ m/s}$  Vitesse maximum :  $15,6\text{ m/s}$

| Dénomination           | t    | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation (g) |
|------------------------|------|------------------|----------|-------------------------|------------------|
| Démarrage              | 5    | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération           | 3,5  | 15,57            | 38,44    | 143.5 (*)               | 8,97             |
| Vitesse cste avec côte | 139  | 15,57            | 2164,2   | 1134.2                  | 70,89            |
| Décélération           | 55,5 | 2,14             | 464,08   | 111                     | 6,94             |
| Vitesse constante      | 189  | 2,14             | 404,46   | 378                     | 23,6             |
| Freinage               | 2    | 0                | 2,12     | 4                       | 0,25             |
| Arrêt                  | 55   |                  | 0        | 110                     | 6,88             |
| Démarrage              | 5    | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération           | 1    | 8,48             | 6,67     | 30                      | 1,88             |
| Vitesse cste           | 14   | 8,48             | 118,7    | 33,6                    | 2,1              |
| Freinage               | 9    | 0                | 43,55    | 18                      | 1,13             |
| Arrêt                  | 55   |                  | 0        | 110                     | 6,88             |
| Démarrage              | 5    | 5                | 12,5     | 18.1                    | 1,13             |
| Accélération           | 0,5  | 6,98             | 2,99     | 15                      | 0,94             |
| Vitesse cste           | 6,5  | 6,98             | 45,37    | 13                      | 0,81             |
| Décélération           | 23   | 2,12             | 104,32   | 46                      | 2,88             |
| Vitesse constante      | 30   | 2,12             | 63,6     | 60                      | 3,75             |
| Freinage               | 3    | 0                | 4        | 6                       | 0,38             |
| Arrêt                  | 65   |                  | 0        | 130                     | 8,125            |
| Total                  | 666  |                  | 3500     | 2396.6                  | 149,79           |

(\*) Une puissance de 41 kW a été utilisée.

## Deuxième phase

Une deuxième phase de  $5000 \pm 1\% m$  d'une durée de 455 s dont 51 s d'arrêt à une vitesse moyenne de 11 m/s et une vitesse maximale de 21,02 m/s.

| Dénomination           | t    | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation (g) |
|------------------------|------|------------------|----------|-------------------------|------------------|
| Démarrage              | 5    | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération           | 10,5 | 21,02            | 156,96   | 315                     | 19,69            |
| Vitesse cste avec côte | 100  | 21,02            | 2102     | 1361,7                  | 85,11            |
| Décélération           | 58   | 4,69             | 692,65   | 116                     | 7,25             |
| Vitesse constante      | 120  | 4,69             | 562,8    | 240                     | 15               |
| Freinage               | 5    | 0                | 11,21    | 10                      | 0,63             |
| Arrêt                  | 10   |                  | 0        | 20                      | 1,25             |
| Démarrage              | 5    | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération           | 10,5 | 21,02            | 156,96   | 315                     | 19,69            |
| Vitesse constante      | 28   | 21,02            | 588,56   | 297,3                   | 18,58            |
| Décélération           | 58   | 4,69             | 692,65   | 116                     | 7,25             |
| Freinage               | 5    | 0                | 11,21    | 10                      | 0,63             |
| Arrêt                  | 41   |                  | 0        | 82                      | 5,13             |
| Total                  | 455  |                  | 5000     | 2919,2                  | 182,45           |

## Troisième phase

Une troisième phase de  $7500 \pm 1\% m$  d'une durée de 477 s dont 32 s d'arrêt à une vitesse moyenne de 15,72 m/s et une vitesse maximale de 27,1 m/s.

| Dénomination           | t     | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation |
|------------------------|-------|------------------|----------|-------------------------|--------------|
| Démarrage              | 5     | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13         |
| Accélération           | 22    | 27,09            | 437,29   | 660                     | 41,25        |
| Vitesse cste avec côte | 166,5 | 27,09            | 4510,49  | 3368,58                 | 210,54       |
| Décélération           | 53    | 8,57             | 875,64   | 106                     | 6,63         |
| Vitesse constante      | 190   | 8,57             | 1628,3   | 462,55                  | 28,91        |
| Freinage               | 8,5   | 0                | 35,78    | 17                      | 1,06         |
| Arrêt                  | 32    |                  | 0        | 64                      | 4            |
| Total                  | 477   |                  | 7500     | 4696,22                 | 293,51       |

## Quatrième phase

Distance : 9000m Vitesse moyenne  $25,6 \text{ m/s}$  Vitesse maximale  $36,5 \text{ m/s}$  , 8s d'arrêt

| Dénomination           | t   | vitesse atteinte | distance | énergie nécessaire (kJ) | consommation (g) |
|------------------------|-----|------------------|----------|-------------------------|------------------|
| Démarrage              | 5   | 5                | 12,5     | 18,1                    | 1,13             |
| Accélération           | 45  | 36,52            | 1310,71  | 1890 (*)                | 118,13           |
| Vitesse cste avec côte | 152 | 36,52            | 5551,04  | 6074,34                 | 379,65           |
| Décélération           | 55  | 11,44            | 1186,38  | 110                     | 6,88             |
| Vitesse constante      | 76  | 11,44            | 869,44   | 276,94                  | 17,31            |
| Freinage               | 11  | 0                | 69,93    | 22                      | 1,38             |
| Arrêt                  | 8   |                  | 0        | 16                      | 1                |
| Total                  | 352 |                  | 9000     | 8407,38                 | 525,46           |

(\*) Nécessite plus de 30 kW. Je choisis 42 kW (pour 1200 kg).

La consommation totale au terme des 25 km des quatre phases est de  $18416,4,1 \text{ kJ}$  , soit

$73,67 \text{ MJ}/100\text{km}$  ou  $4,6 \text{ kg}/100\text{km}$  de carburant liquide soit  $5,42 \text{ l}/100\text{km}$  de gazole ou  $6,14 \text{ l}/100\text{km}$  d'essence.

## Un parcours avec peu d'autoroute

Il s'agit d'un parcours comprenant 3 phases. Une phase urbaine (type 1) de 10500 m, une phase suburbaine (type 2) de 10000 m et une phase autoroutière (type 4) de 9000 m.

Le parcours comprend donc 29,5 km avec 150 m de dénivelé, soit environ 10800 km par an pour un tel parcours quotidien.

La consommation totale est de  $21432,8 \text{ kJ}$  soit  $72,65 \text{ MJ}/100\text{km}$ . En carburant liquide, cela représente  $4,54 \text{ kg}/100\text{km}$  soit  $5,34 \text{ l}/100\text{km}$  de gazole ou  $6,05 \text{ l}/100\text{km}$  d'essence.

## Un parcours avec beaucoup d'autoroute

Il s'agit d'un parcours comprenant 3 phases. Une phase urbaine (type 1) de 3500 m, une phase suburbaine (type 2) de 5000 m, une phase autoroutière (type 4) de 270 km .

Le parcours comprend donc 278,5 km avec de 800 m de dénivelé.

La consommation totale est de  $251556 \text{ kJ}$  soit  $90,33 \text{ MJ}/100\text{km}$ . En carburant liquide, cela représente  $5645,33 \text{ g}/100\text{km}$  soit  $6,64 \text{ l}/100\text{km}$  de gazole ou  $7,53 \text{ l}/100\text{km}$  d'essence.

# Conclusions

Les consommations obtenues ici sont valables pour un véhicule dont la masse est de 1200 kg (pendant le parcours) et le  $SC_x$  de 1.

Ces deux grandeurs interviennent dans l'équation du mouvement

$$\frac{dv}{dt} = \frac{P}{mv} - 0,6 \cdot SC_x \frac{v^2}{m} - 0,2.$$

Pour connaître la masse de votre véhicule, reportez-vous aux données du constructeur ou du certificat d'immatriculation, qui incluent souvent un conducteur de 75 kg. Ajoutez-y la masse des autres occupants et des bagages.

Pour connaître le  $SC_x$ , c'est une autre histoire. Il est possible d'avoir une idée raisonnable de la surface frontale  $S$  en multipliant la largeur par la hauteur du véhicule. Par contre, le  $C_x$  est rarement connu. La valeur  $SC_x = 1$  est obtenue avec une surface frontale  $S = 3,03 \text{ m}^2$  et un coefficient  $C_x = 0,33$ .

## Démarrage

Pour un démarrage tel que défini précédemment,  $E = 15m + 93,75SC_x$  et la consommation de carburant liquide (en grammes) s'obtient en divisant l'énergie par 16000.

## Accélération

Pour l'accélération, un tableur a été utilisé avec le fichier téléchargeable. Dans les exemples, une puissance de 30000 W (parfois 42000 W) a été utilisée. Il suffit de multiplier cette puissance par le temps pour obtenir l'énergie et de diviser cette énergie par 16000 pour obtenir la consommation de carburant liquide.

## Vitesse constante

La puissance est donnée par  $P = 0,6SC_x v^3 + 0,2mv$ , avec un minimum de 2000 W. Il suffit de multiplier cette puissance par le temps pour obtenir l'énergie et de diviser cette énergie par 16000 pour obtenir la consommation de carburant liquide.

Pour une côte standardisée de 25 m de dénivelé, il faut ajouter  $E = 250m$  environ (cela dépend de l'altitude).

## Décélération, freinage, arrêt

Une puissance forfaitaire de 2000 W a été utilisée, à multiplier par le temps pour obtenir l'énergie...

## Les améliorations

### Le style de conduite

Les accélérations ont été définies pour une puissance de 30 kW ou 42 kW. En modulant celle-ci, il est possible que la consommation soit réduite.

## La boîte de vitesse

Lorsqu'une boîte de vitesses manuelle est utilisée, celle-ci est étagée de façon à obtenir le meilleur rendement (couple maximum) à  $25\text{ m/s} = 90\text{ km/h}$  et  $35\text{ m/s} = 126\text{ km/h}$ .

## L'hybridation

Décélération, freinage et arrêt coûtent de l'énergie alors qu'aucune force motrice n'est nécessaire. Pire, le freinage est obtenu par usure des freins ! Une solution a été mise au point dès 1899 à Liège par les établissements Pieper. En plus du moteur à pétrole d'une puissance constante de 2500 W, une dynamo (ancêtre de l'alternateur) placée en amont de la transmission charge la batterie lorsque sa tension est supérieure à celle-ci et devient motrice dans le cas contraire. L'idée est de stocker sous forme électrique de l'énergie qui serait autrement perdue et de la restituer lorsque la batterie est suffisamment chargée.

De 1917 à 1997 cette technologie n'a plus été commercialisée : suite à son coût relatif d'autres technologies se sont imposées. A partir de 1997, au Japon d'abord, dans le reste du monde ensuite, cette technologie a été réintroduite à l'aide de deux alternateurs et d'un moteur thermique reliés dans un train épicycloïdal faisant lieu de transmission continue. La Toyota Prius était née.

Dans cette technologie, de l'énergie est récupérée sous forme électrique lorsque la voiture est en poussée, c'est à dire lorsque la force engendrée par le mouvement du véhicule est supérieure à celle nécessaire : décélération, freinage et descente sans accélération. Cette énergie récupérée est ensuite réinjectée, si la charge de la batterie dédiée le permet, dans les phases où le moteur thermique est inutile et peut donc être arrêté : vitesse constante relativement faible, accélération modérée, arrêt. Bien entendu, dans ce dernier cas la batterie dédiée ne se décharge pas, toutefois le gain est considérable : 0,125 g/s dans les exemples envisagés dans les chapitres précédents, soit 12,5 g pour 1 minute 40 s de fonctionnement électrique ou d'arrêt. C'est beaucoup plus qu'un illusoire « start/stop ». Bien entendu le style de conduite influence aussi la consommation. Il est également possible de forcer les deux alternateurs à charger la batterie dédiée, ce qui demande une certaine expérience.

L'avenir de cette hybridation appelée « full hybride », hybride sans recharge ou HEV est peut-être la récupération d'énergie aérodynamique, à l'arrière du véhicule, lorsque l'air reprend sa place.

## La voiture électrique

La récupération d'énergie est beaucoup plus simple : en poussée, le moteur électrique devient un alternateur qui recharge la batterie. Avec un rendement double de celui d'un moteur thermique, un régime variable permettant d'abandonner boîte de vitesses et embrayage et une espérance de vie d'1 million de km, le moteur électrique semble s'imposer. C'est oublier le problème rédhibitoire de la charge de la batterie. Au 20<sup>ème</sup> siècle, le train a pu passer du diesel à l'électricité grâce à la recharge en mouvement. A méditer...

## Les autres sources d'énergie

Sous réserve de leur pouvoir calorifique, les conclusions sont identiques pour les moteurs utilisant du CNG ou du LPG. Les deux paramètres fondamentaux sont la masse et le  $SC_x$ . Le relief, la température et l'humidité jouent aussi un rôle, sans oublier le facteur humain.

Et l'électricité ? A l'heure actuelle il existe des véhicules 100% électriques (technologie inventée il y a environ 200 ans) et des véhicules hybrides rechargeables. Dans les deux cas le fichier téléchargeable est d'application. Simplement, il y aura de la consommation électrique à la place ou en plus de l'énergie fossile.

## Et moi et moi et moi ?

Après avoir modifié l'exemple précédent pour votre véhicule à l'aide de sa masse roulante et de son  $SC_x$ , il vous reste à comparer.

Vous consommez plus ? La seule solution immédiate est de changer de style de conduite.

Vous consommez moins ? Bravo ! Cherchez l'origine de ce bon résultat : technologie, style de conduite, relief, ...

Et dans les deux cas, pensez-y lorsque vous changerez de véhicule.

Bonne route !

# Les hypothèses simplificatrices

Les hypothèses suivantes ont été posées afin de simplifier les raisonnements et les calculs. Elles peuvent être levées en deuxième lecture.

Le mouvement est rectiligne. La force de contact avec le sol augmente dans les virages par déformation et usure des pneus. Cela augmente la consommation et donc le coût de cette consommation et le coût d'utilisation des pneus.

Le mouvement est horizontal. En montée, une partie de la force motrice est utilisée pour contrer la gravité. En descente, il est possible de récupérer une partie de l'énergie consacrée à monter, par exemple à l'aide d'un alternateur. La partie restante augmente la consommation.

Ces deux hypothèses sont remplies sur une autoroute hollandaise, en négligeant la courbure des virages.

La force de gravité est donnée par  $\vec{F} = m \vec{g}$ , dans laquelle la norme de  $g$  vaut environ 9,81. Cette valeur sera arrondie à 10.

Les conditions de température, de pression et d'humidité sont standards. En cas de forte humidité ou de forte pression, la densité de l'air augmente, ce qui augmente la traînée. En cas de basse température, cette densité augmente aussi et la charge des batteries diminue, ce qui complique l'éventuelle récupération d'énergie (véhicule full hybride ou électrique).

Le produit  $SC_x$  est supposé égal à 1, ce qui correspond à une surface frontale de  $3 m^2$  et à  $C_x = \frac{1}{3}$ . A vérifier pour votre véhicule. Un camion n'a aucune chance... La traînée est directement proportionnelle à ce produit.

Le rendement d'un moteur à explosion est estimé à 37%. Cela signifie qu'un kg de carburant fournit en sortie de moteur 16 MJ, car le pouvoir calorifique d'un kg de carburant est fixé à 43 MJ. La densité du mazout (gazole) est estimée à  $850 kg/m^3$  et celle de l'essence à  $750 kg/m^3$ . A noter que le rendement varie en fonction du régime du moteur et n'est valable que pour un moteur chaud.

# Exemples

La Toyota Yaris Cross a une masse de 1200 kg et un  $SC_x$  de 1. La consommation d'essence prévue est de 6,14 l. Si vous consommez 4,5 l, cela signifie que l'hybridation vous fait économiser 27% environ. Avec beaucoup d'autoroute, si vous consommez 6 l au lieu des 7,71 l cela donne une économie de 22%.